

Exercice 1

/3

1) Série M : $\bar{x}_1 = \frac{1 \times 12 + 3 \times 12,5 + 3 \times 13 + 6 \times 14 + 8 \times 14,5 + 4 \times 15 + 2 \times 16 + 1 \times 17 + 2 \times 18}{1 + 3 + 3 + 6 + 8 + 4 + 2 + 1 + 2} = 14,45$

$e = 18 - 12 = 6$

$N = 30$ La médiane est la moyenne entre la 15ème et la 16ème valeur (on peut construire le tableau des effectifs cumulés croissant pour les trouver). $M = \frac{14,5 + 14,5}{2} = 14,5$.

$\frac{30}{4} = 7,5$ Le premier quartile est la 8ème valeur $Q_1 = 14$. $\frac{3}{4} \times 30 = 22,5$. Le troisième quartile est la 23ème valeur $Q_3 = 15$. /1,75

Série P : $\bar{x} = \frac{1 \times 13 + 2 \times 14 + 4 \times 15 + 7 \times 15,5 + 8 \times 16 + 5 \times 17 + 3 \times 17,5}{1 + 2 + 4 + 7 + 8 + 5 + 3} \approx 15,83$

$e = 17,5 - 13 = 4,5$

$M = 16$ $Q_1 = 15,5$ et $Q_3 = 17$.

2) Faux : 50 % des patients de la série P ont une pression artérielle inférieure ou égale à 16. (Médiane)

0,75

Vrai : série M, $Me = 14,5$. 50 % ont une tension supérieure à 14,5 donc a fortiori 25 % supérieure à 14. (cohérent avec les moyennes calculées)

Faux : $\bar{x} \approx \frac{30 \times 14,45 + 30 \times 15,83}{60} \approx 15,14$

3) La moyenne de la série M est plus faible, de plus l'écart interquartile est lui aussi plus faible. 50 % des patients ayant pris le médicament ont une tension entre 14 et 15 alors que 50 % des patients ne l'ayant pas pris ont une tension entre 15,5 et 17. Il semblerait que le médicament soit efficace. /0,5

Exercice 2

/4

1) $x \in [0; 5]$. /0,25

2) l'aire des triangles DKL et IJB valent toutes deux $\frac{x(5-x)}{2}$ et celle des triangles ALI et KCJ $\frac{x(7-x)}{2}$. /0,5

On en déduit $A(x) = 7 \times 5 - 2 \times \frac{x(5-x)}{2} - 2 \times \frac{x(7-x)}{2} = 35 - 5x + x^2 - 7x + x^2 = 2x^2 - 12x + 35$.

3) $2(x-3)^2 + 17 = 2(x^2 - 6x + 9) + 17 = 2x^2 - 12x + 35 = A(x)$. /0,5

4)

x	0	3	5
$f(x)$	35	17	25

/0,75

5) Le minimum est égal à 17 et est atteint en $x = 3$. /0,5

6) a) $(2x-2)(x-5) = 2x^2 - 10x - 2x + 10 = 2x^2 - 12x + 10$. /0,5

/1

$$\begin{aligned}
 A(x) > 25 &\Leftrightarrow 2x^2 - 12x + 35 > 25 \\
 \Leftrightarrow 2x^2 - 12x + 10 > 0 \\
 \Leftrightarrow (2x-2)(x-5) > 0
 \end{aligned}$$

x	0	1	5
$2x-2$	-	0	+ \vdots
$x-5$	-	\vdots	- 0
$(2x-2)(x-5)$	+	0	- 0

$$S = [0; 1[$$

Exercice n°3

1) $C_1(x) = 50 + 0,2 \times x$ et $C_2(x) = 1,15 \times x$

2)

x en km	20	40	60	80
$C_1(x)$	54	58	62	66
$C_2(x)$	23	46	69	92

3) a) C_1 et C_2 correctement représentées.

b) C_1 semble être au dessus de C_2 sur $[0; 50]$ et au dessous lorsque x est supérieur à 50. La proposition de Dakar Auto est donc inintéressante à partir de 53 km parcourus.

c) $50 + 0,2x \leq 1,15x \Leftrightarrow 50 \leq 0,95x \Leftrightarrow \frac{50}{0,95} \leq x \Leftrightarrow \frac{1000}{19} \leq x$ avec $\frac{1000}{19} \approx 52,63$

4) Pour le premier algorithme, l'utilisateur ne peut pas entrer le nombre de kilomètre parcourus. Le troisième algorithme est le bon car Dakar auto est plus intéressant lorsque $50 + 0,2N < 1,15N$

Exercice n°4

1) $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 - (-3) \\ 6 - 3 \end{pmatrix}$ soit $\vec{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{AC} \begin{pmatrix} 1 - (-3) \\ -5 - 3 \end{pmatrix}$ soit $\vec{AC} \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \end{pmatrix}$

2) D correctement placé.

3) Soit x et y les coordonnées de D . On a $\begin{cases} x - (-3) = 6 + 4 \\ y - 3 = 3 - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$.

4) $\vec{CD} = \begin{pmatrix} 7 - 1 \\ -2 - (-5) \end{pmatrix}$ soit $\vec{CD} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ On a donc $\vec{AB} = \vec{CD}$, ce qui prouve que $ABDC$ est un parallélogramme.

5) Plusieurs méthodes sont possibles :

On peut calculer les longueurs

$AB^2 = 6^2 + 3^2 = 45$ $AC^2 = 4^2 + (-8)^2 = 80$ et $BC^2 = (1-3)^2 + (-5-6)^2 = 4 + 121 = 125$. La réciproque de Pythagore nous affirme alors que le triangle ABC est rectangle en A et que le parallélogramme est un rectangle.

On peut aussi calculer les longueurs $BC = \sqrt{125}$ et $AD = \sqrt{10^2 + (-5)^2} = \sqrt{125}$ Ce parallélogramme possède des diagonales de même longueur : c'est un rectangle.

Exercice n°5

1) $\frac{435}{852} \approx 0,51$ 2) $\frac{90}{852} \approx 0,11$ 3) $\frac{417+123}{852} \approx 0,63$ 4) C 5) $3 \times \frac{1}{2^3} = \frac{3}{8}$ (Faites un arbre pour vous en convaincre!)